

## 关键路径 critical Path

1. 概念:

AOE网(边活动网): 带权有向图, 顶点表示事件, 有向边表示活动, 边的权值表示开销.

关键路径: 从开始顶点到完成顶点的最长路径.

关键事件: 关键路径上的顶点.

事件 $v_i$ 可能的最早发生时间 —  $e_ee(i)$ ;

$v_i$ 允许的最迟发生时间 —  $e_ee(i)$ ;

活动 $a_k = \langle v_i, v_j \rangle$ 的最早开始时间 —  $e_ee(k)$ ;

$a_k = \langle v_i, v_j \rangle$ 的最晚开始时间 —  $e_l(k)$ ;

2. 性质:

$^1 e_ee(0) = 0$ ;

$e_ee(j) = \max\{e_ee(i) + \text{weight} \langle v_i, v_j \rangle \mid \langle v_i, v_j \rangle \text{ 是所有 } v_i \text{ 引出的一个边}\}$ ;

$e_ee(n-1) = e_ee(n-1)$ ;

$e_l(i) = \min\{e_ee(j) - \text{weight} \langle v_i, v_j \rangle \mid \langle v_i, v_j \rangle\}$ ;

$e_ee(i) = e_ee(i); \quad (a_k = \langle v_i, v_j \rangle)$ .

$e_l(k) = e_ee(j) - \text{weight} \langle v_i, v_j \rangle$ ;

$^2$  实际的 AOE 网无回路, 且只有一个入度 0 的开始顶点, 和一个出度为 0 的完成顶点.

3. 算法: 各活动的最早开始时间和最晚开始时间相等, 则它属于关键路径.

内核:

```
for (i=0; i<pade->n; i++) {
```

```
    p = pade->vexs[i].edgelist;
```

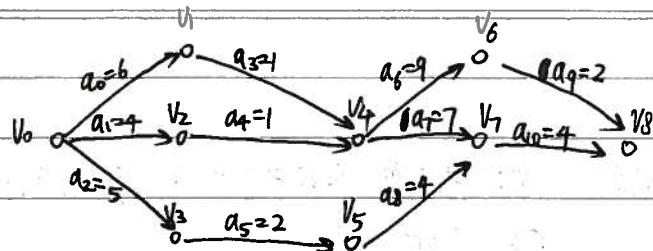
```
    while (p != NULL) {
```

```
        j = p->endvex;
```

```
        if (e_ee[k] == e_l[k]) printf("<%d, %d>, ", i, j);
```

```
        p = p->nextedge;
```

```
}
```



~~②~~  $i$  0 1 2 3 4 5 6 7 8 关键活动事件.

$el[i]$  0 6 4 5 7 7 16 14 18

$le[i]$  0 6 6 8 7 10 16 14 18

关键活动可以用  $el[k] = le[k]$  判定, 这里不再指出.

时  $O(n^2)$