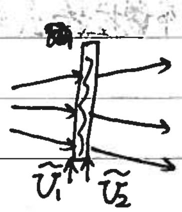
# 第五章 傅立叶变换光学

## 一、波前变换和相因子分析

衍射屏函数：$\tilde{t}(x,y)=\dfrac{\tilde{U}_2(x,y)}{\tilde{U}_1(x,y)}$




$\tilde{U}_1(x,y)$：入射场　$\tilde{U}_2(x,y)$：出射场

衍射屏函数类型：$\tilde{t}(x,y)=t(x,y)\cdot e^{i\varphi(x,y)}$

1° $\varphi(x,y)\approx$ 常数，称衍射屏为振幅型.

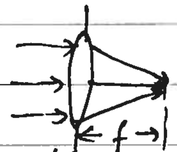
2° $t(x,y)\approx$ 常数，称衍射屏为相位型.

3° 一般的，称为相幅型。

衍射屏叠加：$\tilde{t}(x,y)=\tilde{t}_1(x,y)\cdot\tilde{t}_2(x,y)$

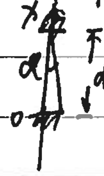
举例：1° 单缝　$\tilde{t}(x,y)=\begin{cases}1, & -\frac{a}{2}<x<\frac{a}{2}\\ 0, & |x|>\frac{a}{2}\end{cases}$

2° 透镜　$\tilde{U}_1=A_1$，$\tilde{U}_2=A_2e^{-ik\frac{x^2+y^2}{2f}}$，$(A_1\approx A_2)$




∴ $\tilde{t}(x,y)=e^{-ik\frac{x^2+y^2}{2f}}$　(傍轴条件)

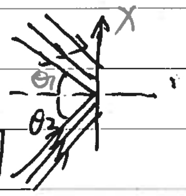
3° 棱镜　$\delta L=(n-1)(d-x)\alpha$.




∴ $\tilde{t}_p(x,y)=e^{-ik(n-1)x\alpha}$ ↖ 相位变化量

## 二、余弦光栅的衍射场.

屏上干涉场 $I(x,y)=I_0(1+V\cos(2\pi fx+\varphi_0))$，$f=\dfrac{\sin\theta_1+\sin\theta_2}{\lambda}$




底片上透过率函数：$t(x,y)=t_0+t_1\cos(2\pi fx+\varphi_0)$

衍射特征：若 $\tilde{U}_1(x,y)=A_1$，则 $\tilde{U}_2=A_1\left[t_0+\frac{t_1}{2}\left(e^{i(2\pi fx+\varphi_0)}+e^{-i(2\pi fx+\varphi_0)}\right)\right]$

$=A_1t_0+\frac{1}{2}A_1t_1e^{i(2\pi fx+\varphi_0)}+\frac{1}{2}A_1t_1e^{-i(2\pi fx+\varphi_0)}$

$=\tilde{U}_0+\tilde{U}_{+1}+\tilde{U}_{-1}$

$\tilde{U}_0$：正出射平面光.　$\tilde{U}_{+1}$：上斜出射平面光，$\sin\theta_{+1}=f\lambda$

$\tilde{U}_{-1}$：下斜出射平面光，$\sin\theta_{-1}=-f\lambda$

余弦光栅的组合：1° 平行组合　$t(x)=t_{01}+t_1\cos 2\pi f_1x$，$t'(x)=t_{02}+t_2\cos 2\pi f_2x$

$t_{12}(x)=t_{01}t_{02}+t_{01}t_2\cos 2\pi f_2x+t_{02}t_1\cos 2\pi f_1x+\frac{1}{2}t_1t_2\cos 2\pi(f_1+f_2)x+\frac{1}{2}t_1t_2\cos 2\pi(f_1-f_2)x$

衍射图样：9个衍射斑，$\sin\theta=0,\pm f_1\lambda,\pm f_2\lambda,\pm(f_1+f_2)\lambda,\pm(f_1-f_2)\lambda$.

2° 正交组合　$t(x)=t_{01}+t_1\cos 2\pi f_1x$，$t'(y)=t_{02}+t_2\cos 2\pi f_2y$.

衍射图样：9个衍射斑，3×3阵列.

3° 多缝复合光栅：$t(x)=t_{0}+t_1\cos 2\pi f_1 x+t_2\cos 2\pi f_2 x$

衍射图样：5个衍射斑。

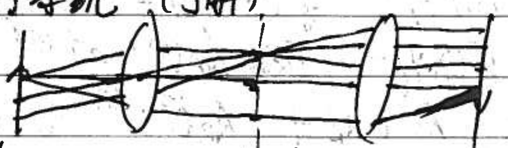
三、傅立叶变换光学（基本思想）

四、阿贝成像原理与空间滤波

阿贝成像原理：物是一系列不同空间频率的集合，入射光经物平面发生夫琅和费衍射，在透镜焦面（频谱面）上形成一系列衍射光斑，各衍射光斑发出的球面次波在相平面上相干叠加，形成像。

（透镜口径与衍射斑关系、截止空间频率）

光学信息处理：4f系统（了解）



物平面　频谱面　像平面

4f系统显示彩色图像。

五、泽尼克相衬法与相衬显微镜

（不考）相衬原理：物场 $\tilde{U}_0(x)=Ae^{i\varphi(x)}=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos 2\pi f_k x+b_k\sin 2\pi f_k x)$

（零级衰减，降低背景）在零级谱斑上放一个相位板，使零级谱斑相移了 $e^{i\delta}$，

则新的物场

$$\tilde{U}_0'(x)=\frac{a_0}{2}e^{i\delta}+\sum_{k=1}^{\infty}\cdots$$
$$=\frac{a_0}{2}(e^{i\delta}-1)+\tilde{U}_0(x)$$

则像场 $\tilde{U}_1'(x)=k\tilde{U}_0'(x)=k\left(\frac{a}{2}(e^{i\delta}-1)+Ae^{i\varphi(x)}\right)$

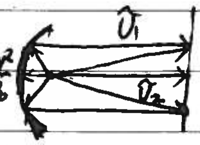
像场光强分布 $I_1'(x)=\tilde{U}_1'(x)\cdot\tilde{U}_1'^{*}$，与样品相位信息相关联。

（了解）六、全息术原理

（只考概念，没有计算）

余弦型环状波带片的制备：

平面光与球面光干涉：$\tilde{U}_1(x,y)=A_1e^{i\varphi_0}$　$\tilde{U}_2(x,y)=A_2e^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}$




$$I(x,y)=(\tilde{U}_1+\tilde{U}_2)\cdot(\tilde{U}_1^{*}+\tilde{U}_2^{*})$$
$$=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\left(k\frac{x^2+y^2}{2z_0}-\varphi_0\right)$$

底板的透过率函数 $t(x,y)=\alpha+\beta I=t_0+t_1\cos\left(k\frac{x^2+y^2}{2z_0}\right)$

No.

Date

入射波前 $\tilde{U}_1(x,y)=A_1$，透射波前 $\tilde{U}_2(x,y)=A_1\left[t_0+\frac{t_1}{2}\left(e^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}+e^{-ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}\right)\right]$

$$=\tilde{U}_0+\tilde{U}_{+1}+\tilde{U}_{-1}$$

0级为正出射平面波，

+1级为发射球面波，发射点为 $(0,0,-z_0)$

-1级为汇聚球面波，汇聚点为 $(0,0,z_0)$

物光波前的全息记录 —— 双光场干涉

参考光波 $R$，物光波 $O$，干涉场 $\tilde{U}_H=\tilde{R}(x,y)+\tilde{O}(x,y)$

物波是物体上各点源发射的大量次波源的相干叠加：

$$\tilde{O}(x,y)=\sum_i \tilde{U}_i(x,y)=A_0(x,y)e^{i\varphi_0(x,y)}$$

参考光波：$\tilde{R}(x,y)=A_R(x,y)e^{i\varphi_R(x,y)}$

干涉光强 $I_H=A_0^2+A_R^2+A_R e^{-i\varphi_R(x,y)}\cdot\tilde{O}+A_R e^{i\varphi_R(x,y)}\cdot\tilde{O}^*$

底片透过率 $\tilde{t}_H(x,y)=t_0+\beta I_H(x,y)$

全息图的衍射场 —— 相因子分析的应用

准单色光波 $R'$ 入射，衍射场 $\tilde{U}'_H(x,y)=\tilde{t}_H(x,y)\cdot\tilde{R}'$

$$=[t_0+\beta(A_0^2+A_R^2)]\tilde{R}'+(\beta\tilde{R}'\tilde{R}^*)\tilde{O}+(\beta\tilde{R}'\tilde{R})\tilde{O}^*$$

$$=\tilde{T}_1\tilde{R}'+\tilde{T}_2\tilde{O}+\tilde{T}_3\tilde{O}^*$$

变换因子 $\tilde{T}_1=t_0+\beta(A_0^2+A_R^2)\approx$ 常数，$\tilde{T}_1\tilde{R}'$ 为全息图的0级衍射波。

（记 $\tilde{R}'(x,y)=A'_R(x,y)\cdot e^{i\varphi'_R(x,y)}$）

变换因子 $\tilde{T}_2=\beta A'_R A_R e^{i(\varphi'_R-\varphi_R)}$

$\tilde{T}_3=\beta A'_R A_R e^{i(\varphi'_R+\varphi_R)}$

1° $R$，$R'$ 为正入射的全同平面光。$\varphi'_R=\varphi_R=0$

则 $\tilde{T}_2=\tilde{T}_3=\beta A'_R A_R\approx$ 常数

∴ $\tilde{T}_2\cdot\tilde{O}$ 为物光波前再现，$\tilde{T}_3\cdot\tilde{O}^*$ 为物光共轭波前伴生.

2° $R$，$R'$ 为斜入射的全同平面光. $\varphi'_R=\varphi_R=$ 线性相因子.

∴ $\tilde{T}_2=\beta A'_R A_R\approx$ 常数，$\tilde{T}_3=\beta A'_R A_R e^{i2\varphi_R}$ —— 等效棱镜.

∴ $\tilde{T}_2\cdot\tilde{O}$ 为物光波前的真实再现，$\tilde{T}_3\cdot\tilde{O}^*$ 为共轭波受一等效棱镜作用，发生偏转.

3° $R$，$R'$ 为全同球面光。$\varphi'_R=\varphi_R=$ 二次相因子.

∴ $\tilde{T}_2=\beta A'_R A_R\approx$ 常数，$\tilde{T}_3=\beta A'_R A_R e^{i2\varphi_R}$ —— 等效透镜

∴ $\tilde{T}_2\cdot\tilde{O}$ 为物光波前的真实再现，$\tilde{T}_3\cdot\tilde{O}^*$ 为共轭波受一等效透镜作用，放大，缩小，偏转、也可能实像变虚象。

4° $R$, $R'$ 为共轭球面波，$\varphi_R' = -\varphi_R$ = 二次相因子.

∴ $\tilde{T}_2$ ~~~ 等效透镜，$\tilde{T}_3 \approx$ 常数.

∴ $\tilde{T}_2$、$\tilde{T}$ 为物光波受一等效透镜作用，放大、缩小，偏转，也可能虚像变实像。