第三章 光的干涉

波的叠加原理：在通常介质和通常光强下，波的叠加原理成立.

$$\vec U(P,t) = \vec U_1(P,t) + \vec U_2(P,t)$$

光强的改变

$$I(P) = \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t} |U(t)|^2\, dt = \langle U^2(t)\rangle$$

$$\langle U^2\rangle = \langle (U_1+U_2)^2\rangle = \langle U_1^2+U_2^2+2U_1U_2\rangle = \langle U_1^2\rangle+\langle U_2^2\rangle+2\langle U_1U_2\rangle$$

光干涉的三个条件：

1、偏振方向相同.（矢量波＋横波，考虑此条件）

2、波的频率相同

3. 稳定的相位差（宏观波不存在此问题，但光波要考虑）.

干涉场光强分布：

$$I(P) = I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta(P)$$

平行光干涉：$\tilde U_1(x,y) = A_1 e^{i(k\sin\theta_1 x - \phi_{10})}$，$\tilde U_2(x,y) = A_2 e^{-i(-k\sin\theta_2 x-\phi_{20})}$（偏振方向相同）

$$I(x,y) = (\tilde U_1+\tilde U_2)\cdot(\tilde U_1+\tilde U_2)^*$$
$$= \tilde U_1\cdot\tilde U_1^* + \tilde U_2\cdot\tilde U_2^* + \tilde U_1\cdot\tilde U_2^* + \tilde U_1^*\cdot\tilde U_2$$
$$= A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos[k(\sin\theta_1+\sin\theta_2)x-(\phi_{10}-\phi_{20})]$$
$$= I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta(x,y)$$

条纹间距：$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin\theta_1+\sin\theta_2}$

衬比度：$\gamma \equiv \frac{I_M-I_m}{I_M+I_m} = \frac{2\sqrt{I_1I_2}}{I_1+I_2} = \frac{2\frac{A_1}{A_2}}{1+(\frac{A_1}{A_2})^2}$ $(0\le\gamma\le1)$

1° 当 $A_1=A_2$ 时，$\gamma=1$。（振幅）

2° 当 U_1,U_2 夹角为 α 时，$(I_1=I_2)$，$\gamma=\frac{1+\cos\alpha}{2}$。（夹角）

解释：把 I_1,I_2 分解成正交的偏振光 $I_{1s},I_{1p},I_{2s},I_{2p}$.

$\langle \vec I_{1s},\vec I_{2s}\rangle=0$，$\langle \vec I_{1p},\vec I_{2p}\rangle=\alpha$，则

$I_{Ms}=2I$，$I_{ms}=0$；$I_{Mp}=I+I\cos\alpha$，$I_{mp}=I-I\cos\alpha$.

故 $I_M=I_{Ms}+I_{Mp}$（正交无干涉）$=3I+I\cos\alpha$.

$I_m=I_{ms}+I_{mp}=I-I\cos\alpha$

故 $\gamma=\frac{1+\cos\alpha}{2}$

NO.

Date · ·

分波前干涉：（杨氏干涉实验）

干涉光强：$I(P)=I_1(P)+I_2(P)+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta(P)$

这里：$\delta(P)=\frac{2\pi}{\lambda}[(R_2+r_2)-(R_1-r_1)]$

条纹间距：由 $r_1=\sqrt{D^2+(x-\frac{d}{2})^2+y^2}$，

$r_2=\sqrt{D^2+(x+\frac{d}{2})^2+y^2}$，若 $R_1=R_2$，在 $D\gg d,x,y$

则 $\delta(P)=\frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{D}x$，令 $\delta(P)=2\pi$.

故 $\Delta x=\frac{D}{d}\lambda$ $\quad(\Delta=\frac{d}{D}x)$

干涉光强：若 $I_1=I_2=I_0$，则干涉光强

$I=2I_0(1+\cos\delta)=4I_0\cos^2\frac{\delta}{2}=4I_0\cos^2(\frac{\pi d}{\lambda D}x)$

波前函数法推导干涉光强：

令相干光源1,2,在光屏上的波前函数分别为：(假设满足傍轴条件)

$\tilde{U}_1=\frac{A_1}{D}e^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}e^{-ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}=Ae^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}e^{-ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}$，$x_0=\frac{d}{2},y_0=0,z_0=D$

$\tilde{U}_2=\frac{A_2}{D}e^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}e^{-ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}=Ae^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}e^{-ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}$，$x_0=-\frac{d}{2},y_0=0,z_0=D$

这里 $A_1=A_2$，故

$\tilde{U}_1=Ae^{ik\frac{x^2+y^2}{2D}}\cdot e^{-ik\frac{xd}{2D}}$，$\tilde{U}_2=Ae^{ik\frac{x^2+y^2}{2D}}e^{-ik\frac{-xd}{2D}}$

有 $I(x,y)=(\tilde{U}_1+\tilde{U}_2)\cdot(\tilde{U}_1+\tilde{U}_2)^*$

$=2A^2+2A^2\cos(k\frac{d}{D}x)$

$=2I_0[1+\cos(\frac{2\pi d}{\lambda D}x)]$

光源不在对称轴处：

此时，$\delta(P)=\frac{2\pi}{\lambda}[(R_2-R_1)+(r_2-r_1)]$

$R_2=\sqrt{R^2+(\xi+\frac{1}{2}d)^2}$，$R_1=\sqrt{R^2+(\xi-\frac{1}{2}d)^2}$，$\xi,d,x\ll D,R$

故 $\delta(P)=\frac{2\pi}{\lambda}(\frac{d}{R}\xi+\frac{d}{D}x)$

零级条纹：$x_0=-\frac{D}{R}\xi$

光强分布：$I=4I_0\cos^2\frac{\delta}{2}=4I_0\cos^2[\frac{\pi d}{\lambda D}(x+\frac{D}{R}\xi)]$

光源宽度对干涉条纹的影响：

$dI_1(\xi)=dI_2(\xi)=\frac{I_0}{b}d\xi$

$dI(x)=4\frac{I_0}{b}d\xi\cos^2[\frac{\pi d}{\lambda D}(x+\frac{D}{R}\xi)]$.

$\therefore I(x)=\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}dI(x)=2I_0[1+\frac{\lambda R}{\pi d b}\sin(\frac{\pi d b}{\lambda R})\cos(\frac{2\pi d}{\lambda D}x)]$

令 $u=\frac{\pi d b}{\lambda R}$，则 $I_M=2I_0(1+|\frac{1}{u}\sin u|)$，$I_m=2I_0(1-|\frac{1}{u}\sin u|)$

故 $\gamma=|\frac{\sin u}{u}|$

光源极限宽度：衬比度第一次降为0的光源宽度。

即 $\frac{\pi d b_0}{\lambda R}=\pi$，$b_0=\frac{\lambda R}{d}$

同理当b确定，有 $d_0=\frac{\lambda R}{b}$ （孔距极限大小）

双孔对光源中心张角：$b\frac{d_0}{R}=\lambda$，即 $b\cdot\Delta\theta_0\approx\lambda$

光源对双孔中心张角：$d_0\frac{b}{R}=\lambda$，即 $d_0\cdot\Delta\beta\approx\lambda$

分振幅干涉：

半波损失：在反射点，入射光和反射光线偏振态恰巧相反，即相位相差π。

结论：1. 正入射。$n_1<n_2$，界面反射有半波损；

$n_1>n_2$，界面反射没有半波损。

2. 掠射（$\alpha\to 90^\circ$），界面反射总有半波损。

3. 斜入射。$n_1>n_2<n_3$ 或 $n_1<n_2>n_3$，实际光程差 $\Delta L_{12}=\Delta L_0\pm\frac{\lambda}{2}$

$n_1>n_2>n_3$ 或 $n_1<n_2<n_3$，实际光程差 $\Delta L_{12}=\Delta L_0$。

等倾干涉：

光程差 $\Delta=2nd\cos\gamma+\frac{\lambda}{2}$，一个倾角 γ 对应一个相位。

亮条纹有 $\Delta=k\lambda$，暗条纹 $\Delta=(k+\frac{1}{2})\lambda$。

干涉条纹间距：$\delta\Delta=-2nd\sin\gamma\cdot\delta\gamma=\lambda$

故 $\delta\gamma=\gamma_{k+1}-\gamma_k=-\frac{\lambda}{2nd\sin\gamma}$

1° 膜的厚度一定时，越靠近中心，i越小，γ越小，Δ越大，条纹级次越高，条纹间距越大。

2° 膜的厚度d增大时，对应γ处光程差增大，条纹级次增大，条纹外冒。

3° 膜的厚度d减小时，对应γ处光程差减小，条纹级次减小，条纹内缩。

面光源照明：面光源上不同点发出的光，只要入射角i相同，都将汇聚在同一个干涉环上，明暗对比更鲜明。

NO.

Date · ·

等厚干涉：

光程差：$\Delta = 2nd\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}$

用单色光垂直照射时，$i\approx 0, \gamma\approx 0$，故 $\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}$

1° 薄膜厚度相同，光程差相同，对应同一条干涉条纹。

厚度差：$\Delta d = \frac{\lambda}{2n}$

条纹间距：$\Delta l = \frac{\Delta d}{\alpha} = \frac{\lambda}{2n\alpha}$ （α：劈角）

2° 亮条纹 $\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$

暗条纹 $\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = (k+\frac{1}{2})\lambda$

3° 劈角越大，Δl 越小，条纹越密；劈角越小，Δl 越大，条纹越疏。

牛顿环：1° $h = R - \sqrt{R^2 - d^2} = R\left(1 - \sqrt{1 - (\frac{d}{R})^2}\right) \approx R\frac{d^2}{2R^2} = \frac{d^2}{2R}$

2° 由 $\begin{cases} 2nh + \frac{\lambda}{2} = k\lambda, & \text{亮条纹；} \\ 2nh + \frac{\lambda}{2} = (k+\frac{1}{2})\lambda, & \text{暗条纹；得} \end{cases}$

$d^2 = \begin{cases} (k-\frac{1}{2})R\lambda, & \text{亮条纹；} \\ kR\lambda, & \text{暗条纹。} \end{cases}$

3° 条纹间距：由 $2d\delta d = R\lambda$ 得，

$\delta d = \frac{R\lambda}{2d}$，离圆心越远条纹越密。

4° 曲率半径的测量：$R = \frac{d_{m+k}^2 - d_k^2}{m\lambda}$

时间相干性

波列长度 L_0 称为相干长度，相干长度除以真空光速等于相干时间。

1° 衬比度：$\gamma(\frac{\Delta L}{L_0}) = \left|\frac{\sin\pi\frac{\Delta L}{L_0}}{\pi\frac{\Delta L}{L_0}}\right|$，其中 ΔL 为~~[illegible]~~纵向距离。

2° $\Delta L > L_0$ 时，(S_1, S_2) 不相干；

$\Delta L < L_0$ 时，(S_1, S_2) 部分相干；

$\Delta L \approx 0$ 时，(S_1, S_2) 几乎完全相干。

3° 薄膜干涉的纵向距离 $\Delta L = 2nd\cos\gamma$ （半波损不改变纵向距离）

4° 相干长度与光波谱线宽度 $L_0 = c\tau_0 \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$，其中 $\Delta\lambda$ 为谱线宽度。

NO.

Date

5° 时间相干性反比例公式：由 $\frac{c\tau_0}{\lambda^2/\Delta\lambda} = \tau_0 \frac{c}{\lambda} \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$

$$\approx \tau_0 \nu \frac{\Delta\nu}{\nu}$$

$$= \tau_0 \Delta\nu \approx 1$$

得 $\tau_0 \Delta\nu \approx 1$，即相干时间与光波频率宽度成反比。

补：迈克耳逊干涉仪（分振幅干涉）

迈克耳逊干涉仪相当于把薄膜干涉的两次反射分开来。

当 M_1，M_2 到第一个玻璃板 G_1 等距时，相当于薄膜厚度为 0，经由 M_1 的光出现了两次半波损，经由 M_2 的光出现了一次半波损，故总光程差计入一次半波损。有 $\Delta = 2n(\Delta l) + \frac{\lambda}{2}$，其中 $\Delta l = \overline{M_1G_1} - \overline{M_2G_1}$。

1° $M_1' \parallel M_2$ 时，出现等倾条纹。

在 Δl 由正到负的过程中现象依次为：圆环内缩，条纹变疏 → 暗场 → 圆环外冒，条纹变密。

2° M_1' 与 M_2 有倾角时，出现等厚条纹。

在 Δl 由正到负的过程中现象依次为：均匀视场 → 出现弯曲条纹，且条纹越来越直、清晰 → 条纹越来越弯曲，但弯向另一侧，且越发模糊 → 均匀视场。

注：等厚条纹在实际上是弯曲的，如上述现象表现的，且是从薄膜厚的地方向薄的地方弯曲的。（凸出的）

G_2 补偿板是用来补偿两条光线在经过玻璃板 G_1 时产生的光程差的，从而补偿了色散。

测长量程为光波相干长度的一半，即 $\delta\Delta = l_0 \Rightarrow l_{max} = \frac{l_0}{2n} = \frac{l_0}{2}$