NO.

Date · ·

第二章 波动光学引言

1. 光是电磁波

(1) 电磁波能流密度——波印亭矢量

定义：$\vec{S} \equiv \vec{E} \times \vec{H}$

单位：W/m^2　　方向：$\vec{S} \parallel \vec{k}$（$\vec{k}$为波矢）

光强：平均电磁能流密度

$$I \equiv \bar{S} = \frac{1}{T}\int_0^T |\vec{E}\times\vec{H}|\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T |\vec{E}||\vec{H}|\,dt = \frac{1}{2}E_0H_0 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}}\,E_0^2$$

(2) 光的偏振

偏振面：$\vec{E}$和$\vec{k}$组成的平面

一束自然光可以分解为两束振动方向相互垂直的、等幅的、不相干的线偏振光。

这时 $\vec{E}_x = \vec{E}_y$，$I = I_x + I_y$，$I_x = I_y = \frac{1}{2}I$

2. 定态光波、复振幅

定态光波：1° 空间各点的扰动是同频率的简谐振荡（频率与振源相同）；

2° 波场中各点扰动的振幅不随时间变化，在空间形成稳定的振幅分布。

3° 严格的定态光波要求波列无限长

定态光波的标量表示：

$$U(P,t) = A(P)\cdot\cos(\omega t - \varphi(P))$$

其中 U 为简谐振动量，对应为光矢量。

波函数的复数表示：

$$\tilde{U}(P,t) = A(P)\cdot e^{-i(\omega t - \varphi(P))}$$

复数的模对应振幅，复数的幅角对应相位。这里取负号，$\varphi(P)$为正表示相位落后。

1° 平面简谐波

$$U(P,t) = A\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} - \varphi_0)$$

$$\tilde{U}(P,t) = A e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{-i\omega t} = A e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} e^{-i\omega t} \qquad (\varphi_0 = 0)$$

2° 球面简谐波

$$U(P,t) = \frac{A}{r}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} - \varphi_0)$$

$$\tilde{U}(P,t) = \frac{A}{r} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{-i\omega t} = \frac{A}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} e^{ik\sqrt{x^2+y^2+z^2}} e^{-i\omega t} \qquad (\varphi_0 = 0)$$

NO.

Date · ·

3° 柱面简谐波

$$U(P,t)=\frac{A}{\sqrt{r}}\cos(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}-\varphi_0)$$

$$\tilde{U}(P,t)=\frac{A}{\sqrt{r}}e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}e^{-i\omega t}=\frac{A}{\sqrt[4]{x^2+y^2}}e^{ik\sqrt{x^2+y^2}}e^{-i\omega t} \quad (\varphi_0=0)$$

复振幅：由于定态波时间频率单一，我们关心振幅的空间分布 $A(P)$ 和相位空间分布 $\varphi(P)$，引进复振幅概念。

$$\tilde{U}(P)=A(P)e^{i\varphi(P)}$$

1° 平面简谐波

$$\tilde{U}(P)=Ae^{i(k_x x+k_y y+k_z z)}=Ae^{ik(\cos\alpha\cdot x+\cos\beta\cdot y+\cos\gamma\cdot z)}$$

2° 球面简谐波

$$\tilde{U}(P)=\frac{A}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}e^{ik\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

3° 柱面简谐波

$$\tilde{U}(P)=\frac{A}{\sqrt[4]{x^2+y^2}}e^{ik\sqrt{x^2+y^2}}$$

注：(1) 平面波复振幅特点：$\begin{cases}\text{振幅为常数}\\ \text{线性相因子}\end{cases}$ （线性相因子系数：(k_x,k_y,k_z) 或 $(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma)$）

(2) 球面波复振幅特点

发散球面波：$\tilde{U}(P)=\frac{A}{r}e^{ikr}$；汇聚球面波：$\tilde{U}(P)=\frac{A}{r}e^{-ikr}$

轴外点源：$\tilde{U}(P)=\frac{A}{r}e^{\pm ikr}$，其中 $r=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}$

(3) 光强与复振幅的关系

$$I(P)=\tilde{U}(P)\cdot\tilde{U}^*(P)=A^2(P)$$

3、波前函数

波前：波场中的任一曲面，更多指一个平面，的复振幅分布 $\tilde{U}(x,y)$。

平面波的波前函数及其共轭波前：

$$\vec{k}=(k\sin\theta,0,k\cos\theta)$$

$$\tilde{U}(\vec{r})=Ae^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}=Ae^{ik(\sin\theta\cdot x+\cos\theta\cdot z)}$$

在 $z=0$ 平面上的波前函数：$\tilde{U}_1(x,y)=Ae^{ik\sin\theta\cdot x}$

共轭波前：$\tilde{U}_2(x,y)=Ae^{-ik\sin\theta\cdot x}=Ae^{ik\sin(-\theta)\cdot x}$

球面波的波前函数及其共轭光源：

点光源 Q(0,0,-R)，$\tilde{U}(P)=\frac{A}{r}e^{ikr}$，其中 $r=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}$

z=0平面的波前函数：$\tilde{U}_3(x,y)=\frac{A}{r}e^{ikr}$，其中 $r=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+R^2}$

其共轭波前：$\tilde{U}_4(x,y)=\frac{A}{r}e^{-ikr}$，其中 r 同上.

4. 球面波向平面波的转化.

平面简谐波和球面简谐波可以看成复杂波场的基元成分，所有复杂波场都可以分解成一系列球面波或平面波的叠加。在一定条件下，球面波和平面波可以相互转化。

1° 傍轴条件（振幅条件） $z_0^2\gg\rho^2$ (z_p)

z_0：点源 Q (x_0,y_0) 到场面的距离

ρ：$\rho=\sqrt{x^2+y^2}$，为场面上横向接收范围的尺度

$\tilde{U}(x,y)=\frac{A}{r}e^{ikr}$，其中 $r=\sqrt{x^2+y^2+z_0^2}=z_0\sqrt{1+\frac{x^2+y^2}{z_0^2}}=z_0\left(1+\frac{x^2+y^2}{2z_0^2}-\frac{(x^2+y^2)^2}{8z_0^4}+\cdots\right)$

在 $z_0^2\gg\rho^2$ 的条件下，振幅 $\frac{A}{r}\approx\frac{A}{z_0}$，相因子保留到二次项，波前函数

$$\tilde{U}(x,y)\approx\frac{A}{z_0}e^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}\cdot e^{ikz_0}$$

特点：常数振幅，非线性相因子

2° 远场条件（相位条件） $z_0\lambda\gg\rho^2$ (z_f)

可以忽略相因子中二次项的条件：$k\frac{x^2+y^2}{2z_0}\ll\pi$，即 $z_0\lambda\gg\rho^2$.

在 $z_0\lambda\gg\rho^2$ 条件下，相因子 $e^{ikr}\approx e^{ikz_0}$，振幅保留到二次项，波前函数

$$\tilde{U}(x,y)\approx\frac{A}{z_0+\frac{x^2+y^2}{2z_0}}e^{ikz_0}.$$

注：(1) 在同时满足傍轴条件和远场条件时，$\tilde{U}(x,y)=\frac{A}{z_0}e^{ikz_0}$，为正入射平面波，这时球面波转变成了平面波。

(2) z_p 与 z_f 的大小关系取决于 $\frac{\rho}{\lambda}$。在可见光波段，通常 $\frac{\rho}{\lambda}\gg1$，故 $z_f\gg z$

(3) 轴外点源情况：

点源 Q (x_0,y_0)，场点 P (x,y).

$$r=\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+z_0^2}=z_0\left(1+\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2z_0^2}-\frac{[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2]^2}{8z_0^4}+\cdots\right)$$

1° 源点和场点满足傍轴条件。$z_0^2\gg\rho_0^2,\rho^2$

$$\tilde{U}(x,y)\approx\frac{A}{z_0}e^{ik\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2z_0}}\cdot e^{ikz_0}\propto e^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}}\cdot e^{ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2z_0}}\cdot e^{-ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}$$

NO.

Date

即为点源的二次因子、场点的二次因子，交叉线性因子.

2° 源点满足远场条件，场点满足傍轴条件。 $z\lambda \gg \rho_0^2$，$z_0^2 \gg \rho^2$

$$\tilde{U}(x,y) \propto e^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}} \cdot e^{-ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}$$

即为 场点的二次因子，交叉线性因子.

3° 源点满足傍轴条件，场点满足远场条件。 $z\lambda \gg \rho^2$，$z_0^2 \gg \rho_0^2$

$$\tilde{U}(x,y) \propto e^{ik\frac{x_0^2+y_0^2}{2z_0}} \cdot e^{-ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}$$

5. 波前相因子分析法

平面波：线性相因子参数：$(\cos\theta_1, \cos\theta_2)$.

$$\tilde{U}(x,y) = Ae^{ik(\cos\theta_1 \cdot x + \cos\theta_2 \cdot y)} \propto e^{ik(\cos\theta_1 \cdot x + \cos\theta_2 \cdot y)}$$

球面波：1° 发散球面波

点源 $Q(x_0, y_0, -z_0)$

傍轴条件下：$\tilde{U}(x,y) \approx \frac{A}{z_0} e^{ik\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2z_0}} \cdot e^{ikz_0} \propto e^{ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}} e^{-ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}$

2° 汇聚球面波

汇聚中心 $Q(x_0, y_0, z_0)$

傍轴条件下：$\tilde{U}(x,y) \approx \frac{A}{z_0} e^{-ik\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2z_0}} e^{-ikz_0} \propto e^{-ik\frac{x^2+y^2}{2z_0}} \cdot e^{ik\frac{xx_0+yy_0}{z_0}}$