小结

1° 分离变量法、积分变换法、基本解方法比较

	分离变量法	积分变换法	基本解方法
边界类型	有界*	无界、半无界	无界 （对于热传导、波动方程而言）
边条件	（直接能处理的问题） 两个齐次边条件	傅里叶变换的正弦（余弦）变换，拉普拉斯变换中出现部分边条件	没有边条件。

（*注：这是由其普遍定理 S-L 定理决定的。）

2° 分离变量法问题分类

分离变量法
- 齐次
  - 二元 （范例：一维有界波动、一维有界热传导、二维拉普拉斯）
  - 三元 （范例：三维拉普拉斯、二维波动）
- 非齐次
  - 泛定方程非齐次 （固有函数法、齐次化原理）
  - 边条件非齐次 （叠加原理）

3、S-L定理视角下的特殊函数

	Bessel 函数	Legendre 函数
方程	$x^2y''+xy'+(\lambda x^2-\nu^2)y=0$	$(1-x^2)y''-2xy'+\lambda y=0$
$k(x)$	x	$1-x^2$
$q(x)$	$\frac{\nu^2}{x}$	0
$\rho(x)$	x	1
域	$0\le x\le a$	$-1\le x\le 1$
解的性质	$y(0)$有界 $\omega>0$ 权函数为x	$y(-1)$, $y(1)$有界 $\omega\ge 0$ $(\lambda=\omega^2)$ 权函数为1
固有函数	$J_\nu(\omega x)$	$P_n(x)$ $(\lambda=n(n+1))$
模的平方	1° $\frac{a^2}{2}J_{\nu+1}^2(\omega_n a)$ 2° $\frac{1}{2}\left[a^2-\frac{\nu^2}{\omega_n^2}\right]J_\nu^2(\omega_n a)$ 3° $\frac{1}{2}\left[a^2-\frac{\nu^2}{\omega_n^2}+\left(\frac{a}{\omega_n h}\right)^2\right]J_\nu^2(\omega_n a)$ $(h=\frac{\beta}{\alpha})$	$\frac{2}{2n+1}$