《近代物理》 华辉 62751883

二教411

Hhua@hep.pku.edu.cn

电子课件：ftp://222.29.123.220/education/

《光学·近代物理》

参考书：《新概念物理·量子物理》

《原子物理学》

《原子核物理》

10% — 40% — 50%　助教：李琮：13810644603.

(小考成绩)(3~4次)

相对论作业：1、2、3、5、6、7、10、13、14、17

爱因斯坦狭义相对论

1、基本假设

相对性原理(Einstein's principle of relativity)

光速不变原理(principle of constant speed of light)

2、推导洛伦兹变换

3、洛伦兹变换的意义

1° 时间、空间有密切联系，相互影响 (四维时空)

2° 光速是速度的极限

3° $v \ll c$ 时，洛伦兹变换简化为伽利略变换

4° 洛伦兹变换对所有物理定律是不变的。

4、相对论的时空观 (原时、原长)

5、相对论速度变换公式 (加速度变换)

6、相对论多普勒效应

1. 基本假设

①狭义相对性原理：物理定律在一切惯性系中都取相同形式.

②光速不变原理：光在真空中的传播速度 c 是一个普适恒量，与光源速度无关.

2. 导出洛伦兹变换

1° 由狭义相对性原理，S 系与 S' 系间的时空坐标变换为线性变换.

2° 令两个惯性系的坐标轴彼此平行，运动仅在 x 轴方向上，S' 系相对 S 系的速度为 v，沿 x 轴正向，且当 $t=t'=0$ 时，两坐标系的原点重合.

由 1° $\begin{cases} x' = a_{11}x+a_{12}y+a_{13}z+a_{14}t \\ y' = a_{21}x+a_{22}y+a_{23}z+a_{24}t \\ z' = a_{31}x+a_{32}y+a_{33}z+a_{34}t \\ t' = a_{41}x+a_{42}y+a_{43}z+a_{44}t \end{cases}$，由 2° $\begin{cases} x' = a_{11}x+a_{14}t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = a_{41}x+a_{44}t \end{cases}$

3° 由光速不变原理. 在 $t=t'=0$ 时，在坐标原点发出一光波，光到达位置满足球面方程.

$\begin{cases} x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0 \\ x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0 \end{cases}$，代入得 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0 \\ (a_{11}^2-c^2a_{41}^2)x^2+y^2+z^2+(a_{14}^2-c^2a_{44}^2)t^2+2(a_{11}a_{14}-c^2a_{41}a_{44})xt=0 \end{cases}$

所以 $\begin{cases} a_{11}^2-c^2a_{41}^2=1 \\ a_{14}^2-c^2a_{44}^2=-c^2 \\ a_{11}a_{14}-c^2a_{41}a_{44}=0 \end{cases}$

4° 又 S' 系中原点坐标在 S 系中为 $x=-\frac{a_{14}}{a_{11}}t$，又 $v=\frac{dx}{dt}$.

$\therefore -\frac{a_{14}}{a_{11}}=v$

可以解出 $a_{11}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$，$a_{14}=\frac{-v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$a_{41}=\frac{-v/c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$，$a_{44}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$\therefore$ 得出洛伦兹变换.

$\begin{cases} x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases}$，其中 $\beta=\frac{v}{c}$.

3. 相对论的时空观

1° 同时性的相对性.

在一个惯性系看来，两个异地事件是同时发生的，则在另一个惯性系看来不是同时发生的.

注：有因果联系的事件不会发生时序的颠倒.

2° 长度的相对性（尺缩效应）.

不同的惯性系中空间的尺度具有相对性，运动的长度缩短.

$x_1'=\frac{x_1-vt_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$，$x_2'=\frac{x_2-vt_2}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$\therefore x_2'-x_1'=\dfrac{x_2-x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$，即 $l_0=\dfrac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}$ 或 $l=\sqrt{1-\beta^2}\,l_0$

注：1) 运动的长度缩短仅在运动方向上发生.

2) 狭义相对论中，洛伦兹收缩看成空间的属性.

3) 收缩是相对的.

4) 尺缩效应并非使我们看到的东西扁了，而是转过一个角度。球看起来不是一个球

3° 时间的相对性.(钟慢效应)

运动的时钟变慢。

由 $t_1'=\dfrac{t_1-\frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$，$t_2'=\dfrac{t_2-\frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$\therefore \Delta t'=\dfrac{\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}}$，这意味着在 S' 系中看来 S 系的那只钟是一只动钟，比自己的那只静钟变慢了.

注：1) 在一个惯性系中同一地点先后发生的两个事件之间的时间间隔称为固有时，固有时最短.

2) 时钟变慢是相对的

3) 动钟变慢是时空的属性.

4) 动钟变慢是时间的属性，不是某一时钟机构的性质。

4、相对论速度变换公式.

将洛伦兹变换微分得

$$\begin{cases} dx'=\dfrac{dx-v\,dt}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ dy'=dy \\ dz'=dz \\ dt'=\dfrac{dt-\frac{v}{c^2}dx}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases}$$

从而

$$\begin{cases} u_x'=\dfrac{dx'}{dt'}=\dfrac{u_x-v}{1-\frac{v}{c^2}u_x} \\ u_y'=\dfrac{dy'}{dt'}=\dfrac{u_y\sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{v}{c^2}u_x} \\ u_z'=\dfrac{dz'}{dt'}=\dfrac{u_z\sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{v}{c^2}u_x} \end{cases}$$

注：从相对论速度变换可以得出，当 $u_x'^2+u_y'^2+u_z'^2=c^2$ 时，$u_x^2+u_y^2+u_z^2=c^2$

NO.

Date

5、狭义相对论中的质量、能量和动量

1° 质速关系

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

注：1) 质速关系保证了相对论情形下的质量守恒、动量守恒。

2) 当 $v \to c$ 时，$m \to \infty$。如果有某个粒子的运动速度等于光速，其静质量 m_0 只可能为0。

2° 质能关系

$$E = mc^2 \qquad (E \propto m)$$

推导：

$$E_k = \int \vec{F}\cdot d\vec{s} = \int \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)\cdot v\,dt$$

$$= \int_0^v v\,d\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$$

$$= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \int_0^v \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}\,dv$$

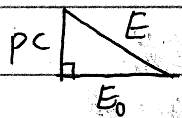
$$= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + m_0 c^2\sqrt{1-\beta^2} - m_0 c^2$$

$$= mc^2 - m_0 c^2$$

注：1) $E=mc^2$ 是相对论能量或总能，$E_0 = m_0 c^2$ 是物体静止状态的能量，称为物体的静能。

3° 能量动量关系

$$E^2 = p^2c^2 + E_0^2$$ 或



推导：$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$\therefore E^2(1-\beta^2) = m_0^2 c^4$$

$$\therefore E^2 = m^2c^4\left(\frac{v^2}{c^2}\right) + m_0^2c^4 = m^2v^2c^2 + m_0^2c^4 = p^2c^2 + E_0^2$$

注：对静止质量 $m_0=0$ 的物体而言，$E = cp$。

或 $p = \frac{E}{c} = mc$，这说明 $m_0=0$ 的粒子以光速运动

6、相对论多普勒效应（光的红移、紫移）

1° 在S系中观察相对S'系静止的光源。由动钟变慢，S系中光波的周期为

$$T = \frac{T'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

在S系中，波长因光源的运动而压缩，有

$$\lambda = cT + vT = (c+v)T.$$

∴ S系中测得的光波频率为

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{(c+v)T} = \frac{1}{1+\beta}\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{T'} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\,\nu_0$$

这是光源远离观测点的情况，表现为光的红移，频率降低；

反过来，若光源靠近观测点，则表现为光的紫移，频率升高，$\nu = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\,\nu_0$。

2° 一般的，光源的运动方向不在光源，观测点连线上，速度方向与连线成 θ 角时

仍有 $T = \frac{T'}{\sqrt{1-\beta^2}}$，但 $\lambda = cT + v\cdot\cos\theta\, T$

$$\therefore \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{c+v\cos\theta}\cdot\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{T'} = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta\cos\theta}\,\nu_0$$

当 $\theta = \pi, 0$ 时，称为一级多普勒效应。

当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时，是横向多普勒效应，称为二级多普勒效应。它完全是时间膨胀的结果，是相对论效应。声波中不会出现横向多普勒效应。

注：1) 相对论多普勒效应仅讨论光，不适用于机械波。

2) 在上述S系中，频率 ν 与周期 T 不再具有关系 $\nu = \frac{1}{T}$。

相对论动力学方程 $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{m}{c^2-v^2}\,\vec{v}\cdot\vec{a}$$

$$\therefore \begin{cases} \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} - \frac{\vec{v}}{m}\cdot\frac{\vec{v}\cdot\vec{F}}{c^2} \\ \frac{dm}{dt} = \frac{\vec{v}\cdot\vec{F}}{c^2} \end{cases}$$