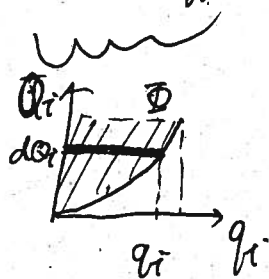
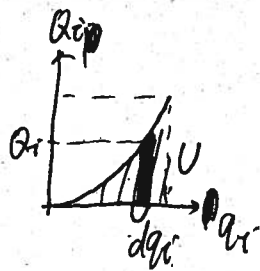


拉氏定理 $Q_i = \frac{\partial U}{\partial q_i}$ U — 弹性能

卡斯定理 $q_i = \frac{\partial \Phi}{\partial Q_i}$ Φ — 势能



(互易定理、克拉珀龙定理 $U = \frac{1}{2} Q_i q_i$)

线性系统中, 弹性能 $U = \frac{1}{2} C_{ij} q_i q_j$

势能 $\Phi = \frac{1}{2} P_{ij} Q_i Q_j$

变形能公式 $\Delta W_F = \int \frac{N_x^2}{2EA} dx + \int \frac{M_x^2}{2GC} dx + \int \frac{M_z^2}{2EI_z} dx$

位移积分 $q_s = \frac{\delta \Phi}{\delta Q_s} = \int \frac{N_x N_{xs}}{EA} dx + \int \frac{M_x M_{xs}}{GC} dx + \int \frac{M_z M_{zs}}{EI_z} dx$

其中 $N_{xs} = \frac{\delta N_x}{\delta Q_s}$, $M_{xs} = \frac{\delta M_x}{\delta Q_s}$, $M_{zs} = \frac{\delta M_z}{\delta Q_s}$
 由叠加原理可知, 它们分别是只作用单位广义力 Q_s 时, 产生的轴力, 扭矩和弯矩。

静不定问题: 1° 求位移。
 设出广义力对应的广义位移 q , 以及 Q 不作功的广义位移 x 。

用 q 和 x 表示出弹性能 $U(q, x)$,

定义总势能 $\Pi = \text{弹性能} + \text{外力势能}$
 $= U(q, x) - Qq$

最小势能原理 = (哈密顿原理)

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_i} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q} = \frac{\partial U}{\partial q} - Q = 0$$

2° 求力

去掉相应约束, 求出所有未知约束力 X , 其中有的未知约束力 X_s 对应已知广义位移 q_s 。

① 定义总势能 $\Psi = \Phi(X_i, X_s) - q_s X_s$

最小总势能原理
(哈密顿原理的变体 / 对偶形式) $\frac{\partial \Psi}{\partial X_i} = 0$, $\frac{\partial \Psi}{\partial X_s} = \frac{\partial \Phi}{\partial X_s} - q_s$